

Regras para o sistema \mathcal{F}

- Introdução da igualdade (= Intro)

$$\triangleright \left| \mathbf{n} = \mathbf{n} \right.$$

- Eliminação da igualdade (= Elim)

$$\triangleright \left| \begin{array}{l} P(\mathbf{n}) \\ \vdots \\ \mathbf{n} = \mathbf{m} \\ \vdots \\ P(\mathbf{m}) \end{array} \right.$$

- Reiteração (Reit)

$$\triangleright \left| \begin{array}{l} P \\ \vdots \\ P \end{array} \right.$$

- Eliminação da conjunção (\wedge Elim)

$$\triangleright \left| \begin{array}{l} P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_n \\ \vdots \\ P_i \end{array} \right.$$

- Introdução da conjunção (\wedge Intro)

$$\triangleright \left| \begin{array}{l} P_1 \\ \vdots \\ P_n \\ \vdots \\ P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_n \end{array} \right.$$

- Introdução da disjunção (\vee Intro)

$$\triangleright \left| \begin{array}{l} P_i \\ \vdots \\ P_1 \vee P_2 \vee \dots \vee P_n \end{array} \right.$$

- Eliminação da disjunção (\vee Elim) – *Método da demonstração por casos*

$$\begin{array}{c} \left| \begin{array}{l} P_1 \vee \dots \vee P_n \\ \hline P_1 \\ \vdots \\ S \\ \vdots \\ \hline P_n \\ \hline \vdots \\ S \end{array} \right. \\ \triangleright S \end{array}$$

- Eliminação da negação (\neg Elim)

$$\begin{array}{c} \left| \begin{array}{l} \neg\neg P \\ \vdots \end{array} \right. \\ \triangleright P \end{array}$$

- Introdução da negação (\neg Intro) – *Método da demonstração por contradição*

$$\begin{array}{c} \left| \begin{array}{l} P \\ \hline \vdots \\ \perp \end{array} \right. \\ \triangleright \neg P \end{array}$$

- Eliminação da contradição (\perp Elim) – *Ex falso quodlibet*

$$\begin{array}{c} \left| \begin{array}{l} \perp \\ \vdots \end{array} \right. \\ \triangleright P \end{array}$$

- Introdução da contradição (\perp Intro)

$$\triangleright \left| \begin{array}{l} P \\ \vdots \\ \neg P \\ \vdots \\ \perp \end{array} \right.$$

- Eliminação da implicação (\rightarrow Elim) – *Modus Ponens*

$$\triangleright \left| \begin{array}{l} P \rightarrow Q \\ \vdots \\ P \\ \vdots \\ Q \end{array} \right.$$

- Introdução da implicação (\rightarrow Intro)

$$\triangleright \left| \begin{array}{l} \left| \begin{array}{l} P \\ \hline \vdots \\ Q \end{array} \right. \\ \hline P \rightarrow Q \end{array} \right.$$

- Eliminação da equivalência (\leftrightarrow Elim)

$$\triangleright \left| \begin{array}{l} P \leftrightarrow Q \text{ (ou } Q \leftrightarrow P) \\ \vdots \\ P \\ \vdots \\ Q \end{array} \right.$$

- Introdução da equivalência (\leftrightarrow Intro)

$$\triangleright \left| \begin{array}{l} \left| \begin{array}{l} P \\ \hline \vdots \\ Q \end{array} \right. \\ \left| \begin{array}{l} Q \\ \hline \vdots \\ P \end{array} \right. \\ \hline P \leftrightarrow Q \end{array} \right.$$

- Eliminação do quantificador universal (\forall Elim)

$$\triangleright \left| \begin{array}{l} \forall x S(x) \\ \vdots \\ S(t) \end{array} \right.$$

- Dedução condicional geral (\forall Intro)

$$\triangleright \left| \begin{array}{l} \left| \begin{array}{l} [c] P(c) \\ \vdots \\ Q(c) \end{array} \right. \\ \forall x (P(x) \rightarrow Q(x)) \end{array} \right. \quad \text{em que } c \text{ não ocorre fora da subdedução.}$$

- Introdução do quantificador universal (\forall Intro)

$$\triangleright \left| \begin{array}{l} \left| \begin{array}{l} [c] \\ \vdots \\ P(c) \end{array} \right. \\ \forall x P(x) \end{array} \right. \quad \text{em que } c \text{ não ocorre fora da subdedução.}$$

- Introdução do quantificador existencial (\exists Intro)

$$\triangleright \left| \begin{array}{l} S(t) \\ \vdots \\ \exists x S(x) \end{array} \right.$$

- Eliminação do quantificador existencial (\exists Elim)

$$\triangleright \left| \begin{array}{l} \exists x S(x) \\ \vdots \\ \left| \begin{array}{l} [c] S(c) \\ \vdots \\ Q \end{array} \right. \\ Q \end{array} \right. \quad \text{em que } c \text{ não ocorre fora da subdedução.}$$